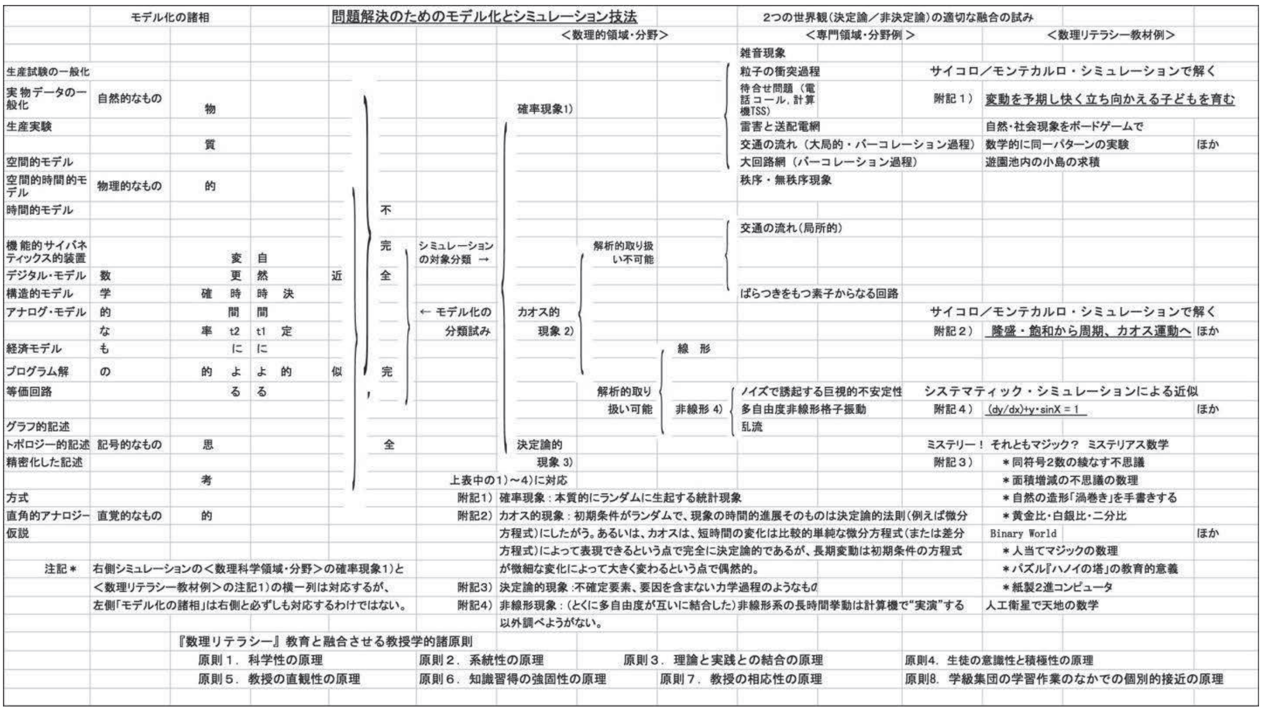
今ない不確実に立ち向かう数理リテラシー教育に向けて

山岸　昭則
（『工学部・教育課程研究』担当・非常勤講師）

はじめに

工学部において数学と理科の高校の教員免許がとれるように教職科目がスタートした2001年以来、４年生以降を受講生（以下、学生）とする『教育課程研究』を担当してきた。

当初、「教育の方法と技術」に数学・理科の内容を関わらせて講義してきたが、ここ数年は学生たちの専攻に合せ数学・物理・ＩＴ等々の理数系教材を横糸、教授学的諸原則を縦糸に紡ぐ「数理リテラシー[1]」教材の開発とその教育（学び＝教え）の創造に努めてきた[2]。



教授学的諸原則と理数系教材を有機的に結合した「数理リテラシー」教材の例を挙げよう。

＊数楽１）同符号２数が綾なす不思議

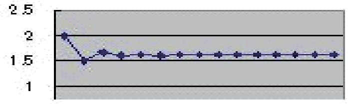
「みなさん！携帯電話を取り出し電卓を使えるように用意して下さい。つぎに、符号が同じ２つの（実）数をそれぞれ思い浮かべて下さい。」

２数を思い浮かべたならば、つぎの手順で作業を進めてみましょう。

step１）各自が思い浮かべた２数、例えば３、６ならば和９を作ると数の列（以下、数列）３、６、９ができる。

step２）数列の後ろの２数６、９の和15を追加する。以下同様につぎつぎに後ろの２数を加えて10個ほど数列をつくる。

step３）できた数列で　次の数／前の数　の比をつくる。
６／３、９／６、15／９，24／15,・・・・・・
step４）電卓で各比を小数に直した時、どんな値に近づいていくように見えるか？推移をグラフ用紙に描け[3]。

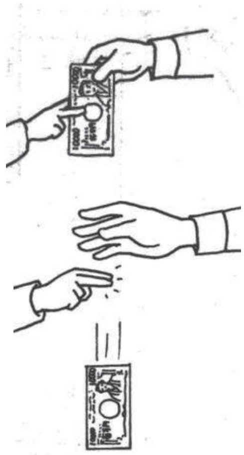


各自が思いついた２数と最後の小数値を板書一覧し比較すると不思議が見られる。

学生はレポートする「数列を習っていなくても、計算そのものは小学生でも簡単に出来る。また、極限を知らなくても、小学生から大人まで、数学の不思議さ、面白さを知ってもらうことができるのではないかと思った。」「先生に指定された数ではなく、各自好きな数字を選べるとなると、思わず参加したくなる。生徒に授業への積極的参加を促しやすいという点で、これはおもしろかった。」

つぎに専攻に合せ関連する数学・物理・ＩＴ等々の理数系教材を導入している一例を挙げる。

＊数楽２）落ちる紙幣はなぜ掴めない！？[4]



二人ペアになって、一人がお札を手に持ち、もう一人にその真ん中（半分）あたりで、人差し指と中指の２本の指を開いて待機させ、「お札を手から離すのを見て、その札を掴んでごらん」とお互いに実験させる。

下の方での待機や早めに掴むなど不正をしない限りお札は容易に挟めない。なぜだろうか？

数楽２）の学生レポート例「これは､実験として取り組むと不思議な体験であったが、数学や理科の視点からみると当たり前の事象とみなせる。私は物理が苦手だが､「なぜ！？掴めない」という想いの解決に頭を使うことは苦にならなかった。（中略）数学や理科が苦手な生徒にとって、勉強ではなく日常生活にまつわるものからアプローチすることが非常に有効であることを身をもって体験した。」（生物応用化学生）「本講は自分の所属する知能システム工学科の講義で学んだことのある内容が含まれており、非常に興味深く感じた｡このように日常事象を数学の論理に導き､数学的に解析していくことに面白さを感じた。」

この後の多数のレポートにも見られるが、専攻に見合った反応をし教授学的諸原則と理数系教材の有機的結合を意図した私の想いを汲み取ってくれている。

「数理リテラシー」教材に紡ぎ直すにいたった理由を幾つかに絞って挙げる。

１）まず何よりも、最新の指導要領に現れている理数系教育を担う教師への要請は、OECD/PISAの影響が色濃くそれは学生たちが受けた高校教育では対応しきれない要請が少なくない[5]。

２）専攻にもよるが「数学と物理が苦手だったから＊＊＊を採った」に代表される「数学嫌い、理科離れ」状況は、大学教育へのスムーズな移行を支援する諸手当にも拘らず克服しきれておらず、本講においても諸事象からデータを取得し、数理処理に支障を来す学生も少なくない。

３）そうした学生たちが理数教師をめざす。このままでは理数教育にとって焦眉の急の「数学嫌い、理科離れ」の改善どころか拡大再生産になりかねない。まして、OECD/PISAにいう問題解決能力の発揮や専攻に関連する事故という不確実性[6]への対処などとうてい覚束ない。

４）工学部における専門教育が功を奏しその分野での専門性が備わったとしても、そのことが理数教師としての優秀さを保証するとは限らない。このことは教職科目をスタートさせたことの共通理解だっただろう。

こうした状況を踏まえ、エンジニアの卵もしくは理数教師として巣立ち間近い学生たちに教授学的諸原則と有機的に結合させ、従来の理数系教育の基調の転換を図った「今ない不確実に立ち向かう数理リテラシー」の“学び”と対応させつつ“教え”の研究を課題に実践するに至った。

この基調の転換にあたってはつぎの二つの観点を柱にした。

第１は「20世紀物理学の概念史で最大の出来事は、『この世界は決定論的ではない』という発見である。・・(中略)・・将来何が起こるかは過去において厳密に決定されているという考えが否定された」(I.ハッキング『偶然を飼いならす』1990冒頭）という時代を反映し教育改革を提起したOECD/PISA2003「評価の枠組み『不確実性』における「変化と不確実性を知的に処理する能力は、データと偶然に関する指導目標である。変化は処理が難しい概念である。つづり方やかけ算から教育を受け始めた子どもたちは、世界は決定論によって支配されていると考える。また、少なくとも数で答えるような場合、彼らは、答えは１つで一方が正しく、一方が間違っていると考えるよう学ぶ。変化は予想できない、不安なものである。」。この引用元はスティーン編『世界は数理でできている』(1990丸善)の一部で、そこでは「21世紀に適切であるカリキュラムは、必ず数理科学の大きな広がり」をめざし包括的改革を構想していた。

第２の柱は、3.11の震災と福島原発事故を６ヶ月前に予知していたかのように、「もしそれが発生すれば莫大な損失が発生するような、絶対起こってはならない現象に対しては、大数の法則や期待値にもとづく管理とは別の考え方が必要である」(『偶然とは何か〜その積極的意味』2009.9 岩波新書)と説いていたのは数理統計学の碩学 竹内 啓である。氏は「大数の法則に支配されない偶然と“折り合う”ことが現代の課題」とし、「ランダム現象とカオス現象の相違を教えなければならない時代、それが現代」と説く。

冒頭表中の“数理リテラシー”教材ではそうした教育内容づくりとその“教え＝学び”のプロセスを学生に体験させることをめざす。

Ⅰ.変動を予期しリスクに立ち向かう学びの環境づくり

１.新しい酒は新しい革袋に[7]

再び､数楽１)､「講義中のいろんな実験のうち私が最も興味を持ったものを私なりに証明してみた。」とレポートする、「(各自が）思いついた同符号の２数（分数、無理数でも）を順に足したものを前の項で割るとどれでも最終的に約1.62に収束するのは　なぜ？」と、

n番目の項をa（n）とすると、	$1/\alpha+1=\alpha$
a（n-1）＋a（n）=a（n+1）	$\alpha^2-\alpha-1=0$
両辺をa（n）で割ると	$\alpha=(1\pm5^{0.5})/2$
a（n-1）/a（n）＋1=a（n+1）/a（n）	$\alpha>0$より $\alpha=(1+5^{0.5})/2=1.618033989\cdots\fallingdotseq1.62$
ここでa（n+1）/a（n）=αとおくと	よって証明できた。

「この場合αがある値に収束するという仮定のもとで証明を進めたので、αがなぜある値に収束するのか、という部分の証明は私には分からなかった。」と。この分からなかった部分は別の学生がe-Report（掲示板）に掲載している、さらに収束値が黄金比であることも交流する。

報道で現代の若者を「夢を持たず、冒険をせず、リスクを疎んじる」と詰る声を時々聞き、最近では海外留学しない学生の少なさまで彼（女）たちに責任を負わせる。この風潮は的外れであって改善を迫るべきは、変動を予期しリスクに動じることなく立ち向かう若者を育むことを阻害してきた決定

論的価値観を植え付けて来た教育であり、その改善に向かう方が建設的である。しかるに指導要領には決定論偏重への反省も見当たらず、変動に動じない子どもを育む視点も十分でない。遅ればせながら大学４年になって本講を体験した学生曰く、「本講で不確実性という題材の重要性、面白さの一端を実感できた。大学３年までの勉強のほとんどは正解の分かっている、決まっている問題についてだった。大学４年となり卒業研究が始まったがこれは明確なゴールは決まっていない。実験結果をどのように解釈し、どのような結論にするか1つ1つ考えなければならない。社会に出れば、より多くの意思決定をしなければいけなくなる。高校の物理教師になれた場合・・(中略)・・自分の想定しない場面に直面した際も真摯に対応していくためにも、今期の授業を忘れずに、実力、経験ともに身に着けていきたいと思う。」(物理工学生)

OECD/PISAのいう決定論偏重教育を正すには「つづり方やかけ算から教育を受け始めた子どもたち‥(中略)・・。また、答えは１つで一方が正しく、一方が間違っていると考え」させる学びの環境を初等教育の早い段階から改める必要があるだろう。

本講では、現在の決定論偏重教育から脱し、変動を予期し快く立ち向かえる子どもを育む決定論・非決定論を融合した新しい教材を新しい袋「数理リテラシー」に入れることを呼びかける。

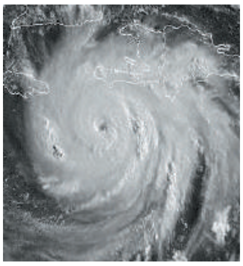
本稿はそうした教育環境の醸成をいかに進めるかの勧めである。

私の教材づくりと“教え＝学び”のこころは、数楽１)、数楽２）そして以下に例示するように、学生たちの、面白さがわかる（sense of fun)、不思議さ（sense of wonder）の気分感情を大切にしつつ、数理的なsense of fun, sense of wonderにチャレンジさせつつ、もっと高度な科学的認識にいたらせることを心がける。

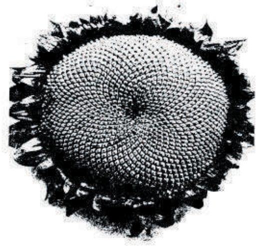
＊数楽３）自然界の螺旋（スパイラル）を手で描く

写真４枚のように、天空から地上、深海にいたるまで数多ある自然の造詣「渦巻き曲線・スパイラルカーブ」を簡単に手書きすることを試みてみよう。


子持ち星雲M51


ハリケーン


オウムガイの殻（断面）


ひまわり

下図左グラフ用紙の一目盛りを「１」として、つぎの順で描いてみよう。

step１）辺の長さが「１」の正方形を、右下（0,0）から（5,5）に並べて二つ描く。

step２）１）で描いた正方形二つの辺を足した長さ「２」の正方形を１）の上に描く。

step３）２）で描いた正方形の右横に、１）と２）の辺を足した長さ「３」の正方形を描く。

以下、同じように正方形の辺を足しながら、新たな正方形「５」、「８」、「13」を次々に描いてゆく。次々に描かれる長方形は黄金長方形。

ここで、それぞれの辺を半径として４分の１円を描き、順につなげて弧を描くと「螺旋」が姿を現す（次図中)。コンパスを円を描く道具と思い込みのある学生には渦巻き曲線（スパイラル・カーブ）

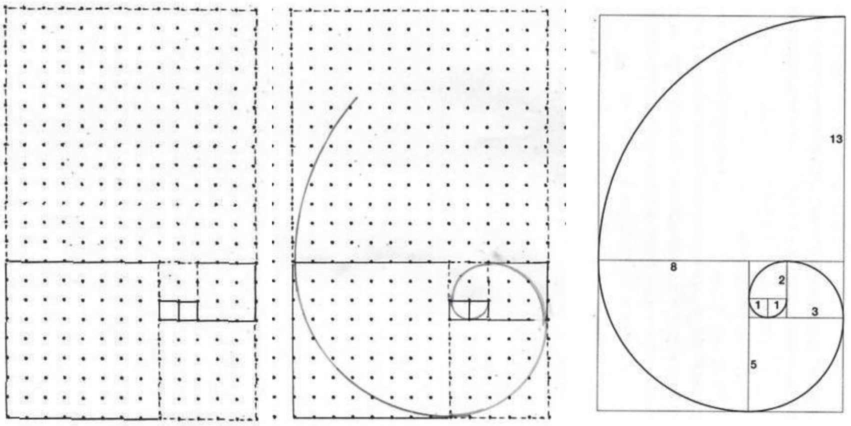
が描けたことは驚き。

上記ステップを踏めばなぜ自然界の「螺旋」が描けたのでしょうか？

自然界に多く見受けられる渦巻き（スパイラル）を描くのに正方形をつぎつぎに拡張した各ステップは、方眼用紙上に

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ・・・・・・・・・・・・・

という数を正方形で描き曲線で結んだことになる（下図右参照)。



この数列は、数楽１）で２数を３，５に選んだときにできる数列

3, 5, 8, 13, 21, ・・・・の最初に1, 1, 2を加えたもので、フイボナッチ数列と呼ばれ、私が例にした３，６も皆さんの思い浮かべた２数から作った数列すべて、リュカ数列と呼ばれている。

このリュカ数列の特殊な数列がフィボナッチ数列である。

自然の複雑な造詣「渦巻き」を簡単に描くことができた秘密は、数を（正方）形にして数列を（螺旋）形にしたことにある。そこでこの螺旋を「フイボナッチ・スパイラル」もしくは「フイボナッチの渦巻き」などとも呼ぶ。

材料開発化学専攻生のレポート「螺旋の書き方が大変印象深かった。自然に存在するだけでなく、ＤＮＡともかかわる螺旋があんなに簡単に描けることをはじめて知った」彼は、探究を深め、自然界に多くの螺旋をもつ生物が存在するのはＤＮＡが螺旋構造を壊れにくくする性質を活かすため、さらに、二重螺旋構造は片方が傷ついてももう片方が遺伝子情報を保存し、修復できるようにするためなど知見を広める。

２. 課題学習、数学的活動、コンピュータ利用の統合

「螺旋や黄金比は高校の数学の教科書で（本文ではなく、見開きの“身の回りの数学”のようなコラムで）見た。残念なのは、数学の先生が、そうしたコラム部分に触れず、教科書本文の話しかしてくれなかったことだ。(中略)・・・要は数学から派生した、あるいは数学と関連性高い自然現象の話などもしてほしかった。計算能力だけが高くなっても論理的な読解力は身につかないし、そのままだと数学は理解できないと思う。まずは自分が勉強している事に興味を持つ事が大事だと思う。数学者にならなくてもだ」(電子工学生）と、問題（事象）の解決に向け、実物モデルや数理モデルの製作から「考え、行い、省察」を幾重にも行い問題（事象）の本性を解明する本講の展開と比較して、料理本的な解法だけの教育に陥っている現場教師たちの実践を批判する。

ここⅠ－２. の表題は現行指導要領（高校数学）の目玉であり、課題学習の例として、＜数と式＞＜図形と計量＞においてつぎのように教師の活動まで指示して実現を迫る、

(引用)

黄金比について説明し、身の回りにあるものから黄金比（1：（1+$\sqrt{5}$）/2）をもつ形を探したり、黄金比に関係のある話題を調べたりする。黄金比について説明する際、黄金比と対比させてコピー

用の用紙の横と縦の長さの比（1:$\sqrt{2}$）に触れることも考えられる。さらに、図形と計量の内容と関連させて黄金比を取り上げ、数の不思議さを感じ取らせる。

（引用終り）

と。しかも[内容の取り扱い]として数学的活動の指導と固く結びつける指示もしている。

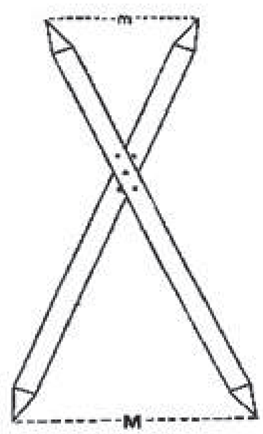
欧米教育の評価のあり方に一石を投じ影響を与えたといわれたホワイトヘッドの言葉がある。「完成された出来合いの知識を吸収することのなかには、学びの喜びはない」と。教える教師の活動をここまで拘束すると「教師の教えの喜び」を奪うことに働くだろう。表題の残るひとつ、コンピュータ利用については第３章で学生たちのレポートと絡めて書く。

数楽１）と数楽３)、つぎの数楽４）は、指導要領の課題学習・数学的活動と関わらせて黄金比・白銀比も含めた教育活動指示の誤りへの対案の一部として紹介した。「最初の不思議だなぁと感じさせる入り方はインパクトがあり、最初からこうなるとわかっていたら考えずに終わってしまったように思う。実際やって、不思議に思い、考えて証明という一連の流れはとても良かった」とレポートする学生の想いはホワイトヘッドの指摘の回答の一つとして考えられるだろう。

＊数楽４）簡易版「黄金比／白銀比／二分比」コンパス

＊　作り方、用意するもの、使い方

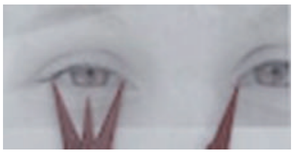
５、８、13、21、34（単位cm）などフィボナッチ数の長さの竹ヒゴ（あるいは腰のある厚紙）２本を用意する。幅１cm、長さ21cmの板状に裁断した２本を用意し、後掲のデジタル・カリキュレータに始点0、終点21と入力すると、黄金比（8:13、m: M=１:1.618)、白銀比（9:12、m: M=１:1.414)、二分比（0.5、m: M=１:２）の３分割点に印を付け（右図）各点で２本を小ビスで綴じると黄金比、白銀比、二分比の３種のコンパスとして使い分けられる。



（ナポリ古代博物館蔵・改造）

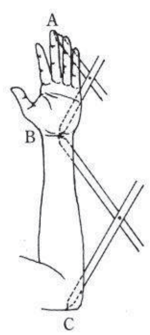
＊黄金比コンパスで自分の身体の各部・ほかを測る

目の幅、両目の間に黄金比コンパスをあてがう



目の幅１、両目の間1.6の黄金比
レシオコンパス・プラス１
（株）プライムネッツ
（フィボナッチ黄金比コンパス）

腕関節に黄金比コンパスをあてがう



指関節や前歯２本の縦横などに黄金比コンパスをあてがっても１：約1.6の黄金比であることがわかる。

次ページ右図は北斎画「神奈川沖裏波」の波涛にウチダ製「比例コンパス」（17cm 黄金比10.5）と同じ手製コンパスをあてがったもの。

小の（波涛線）正方形と大の（大波背線）正方形の比は1：1.618。

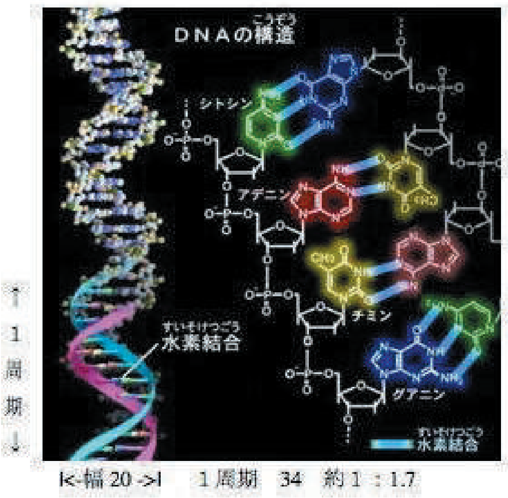
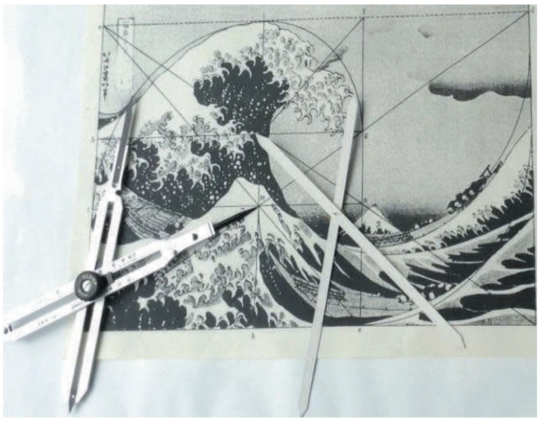


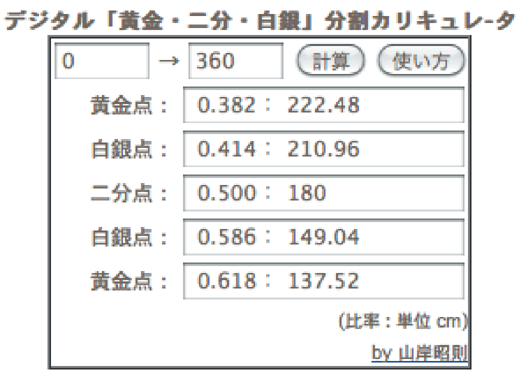
図　ＤＮＡの構造



北斎画神奈川沖裏波にコンパスをあてがう
寸法図　柳　亮「続黄金分割」（美術出版）

「自作の簡易コンパスで手のひらと腕の関節をはかったら見事一致することが出来た。黄金比は絵を魅力的に見せるだけではなく、自分の体の一部やＤＮＡにもこの比があることを知り驚いた」（生物応用化学生）

アナログの簡易版コンパスは測るものによって自ずと限界がある。そこで＜デジタル分割カルキュレータ＞を作る必要が出て来る。



左図のJavaScriptプログラムで作った「黄金比・白銀比・二分比」のデジタル・スケールはどのブラウザででもクリックすれば開き、簡単に計算可能である。
[使い方] ボタンをクリックで説明書が開く
角、長さなどの秤、物差しの黄金比・二分比・白銀比を決めるのに[始点値][例えば0]、[終点値][例えば360]のように半角数値を入力し、[計算]ボタンを押すと、計算して[黄金比]、[白銀比]、[二分比]、[白銀比]、[黄金比]の比率と値を表示する（例示は円周360度を１：ϕの比に分割した時の角度（黄金角）138°、222°が求まる)。

３. 決定論的な数学問題を乱数を用いて解く[8]

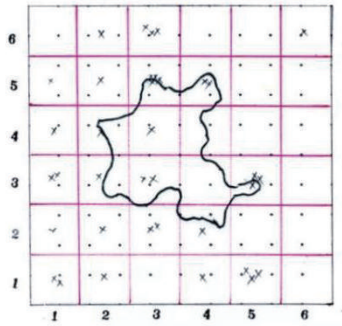
１）現代数学の手法を数理リテラシー教育に

＊数楽５）遊園池の中の小島の面積は？

いつも子どもと散歩する遊園地の池の中の複雑な形の島の広さの前を通るたびに子どもから「あの面白い形の島の広さはどのくらいあるのかな？」と尋ねられるお父さん。

測量機器も無く案内所でもらった縮図を頼りに島の広さを求める方法をあれこれ考える。あなたならどうする？

略解）右図のように、縮図で島が10cm×10cmの正方形にスッポリ納まった（納まらなくても方法はある)。この正方形を６×６の小正方形に分けて、縦横に１～６の番号をうち、大小二つのサイコロを転がして出目（大２、小４）なら（縦２、横４）の交わる小正方形の真ん中に×印をうつ。以下、



同様に36回サイコロを転がし出目の36点を小正方形の中に印をうつ。図は36点の内８点が島の中にあった場合（比率8／36）の記録。島の面積Sと正方形の面積100平方cmの比　S/100と点の比8/36は比例するとして、S/100＝8/36　よってS＝800/36＝約22したがって　島の面積は約22平方cmと概算できる。他の学生のデータと比べると、サイコロの出目によって島に入る点の数が若干異なることがあっても、これは許容範囲の誤差である。

ところで､直接測れない池の中の島の面積が約22平方cmと概算できたのだがその真偽は心もとない。そこで形が複雑な上、実際に測れない池の中の島の面積を「１辺が10cmの正方形と島の形に切り取った画用紙の重さを量り、プロットした点の数から本当に島の面積が求められたのには驚いた。」と学生がレポートする別解もここでは併用する。

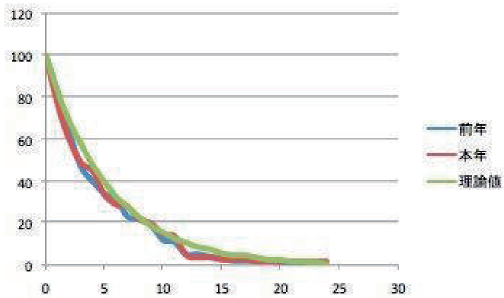
ここに教材化した現代数学の手法は、モンテカルロ法[9]だが、この技法は今や統計学のみならずすべての科学において、複雑な数値的諸問題を解くための標準的なシミュレーション法と位置づけられる。これを専門課程で学んだ物理工学やプログラミング経験のある知能システム科の学生は、「普通は知らないモンテカルロ法という数学でもサイコロ２つで島の面積を求めるという実験でこれを体感、そして知ることもできてしまう。こういう授業作りができるようにしなければいけないと思った。」､「モンテカルロ法はプログラミングでやったことがあり手法は知っていたがそれを誰でも分かるように体験できるようにしたことに驚かされた。」とレポートする。

数学とは抽象的・形式的でなければならない、理科は具体的だけど専門的過ぎ、いずれも門外漢をその前で立ち竦ませる。

『数学的発見の論理―証明と論駁』のI・ラカトシュは、「現在の数学・科学教育が権威主義の温床であり、自立した批判的思想の最悪の敵であることはいまだに十分認識されていない。この権威主義は、数学では演繹主義的様式をとり、科学では帰納主義的様式を通して現れる。」と批判したのは1976年だが、本質的には今も変わっていない。しかし、この数楽５）のように現代的なものであっても学ぶ者にリアリティあるものに教育的咀嚼を実現できれば小学生、時には幼児すら遊ぶ。

２）サイコロ投げで自然・社会の諸現象をシミュレートする

＊ 数楽６−１）【サイコロ100個振りの実験１ −放射性元素の半減期４−】



100個のサイコロを同時に振り、１の目が出たサイコロを取り除き、残ったサイコロを集めてまた振る。以後、同じ試行を繰り返す。サイコロを投げる毎に個数を記録して個数の変化を調べよ。

回数	実験の個数	理論値の個数	
0	100	100	（実施データ省略 グラフで代用　以下同様）

このサイコロ投げのデータから、実験をせず理論的に個数の変化を求める計算式を立てる。

初期値 $f(0)=100f(n+1)=f(n)-(1/6)f(n)$、漸化式 $f(n+1)=f(n)-(1/6)f(n)=(5/6)f(n)$

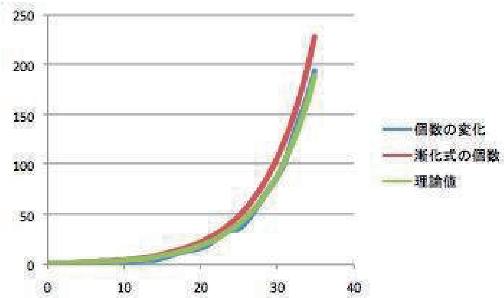
「サイコロを振る実験1での結果から、（ある時間経過したときの）放射性同位体の残存数を示した

ものと同じような形のグラフが得られ、驚いた。実験1で行った動作と、放射性崩壊について共通点は何か考えてみた。それはどちらの現象も確率に依存して結果が生じるという点だ。

理想的なサイコロであれば、ある目の出る確率はどれも1/6であるし、放射性同位体であれば、ある時刻の残存数から1/eの数になるのにかかる時間は同位体ごとに決まっている。ある現象が因果律に基づいて生じる（たとえば物体に力を加えたから動いた）のではなく､確率的に生じるというのは、量子力学では当たり前の考えになっているが、それが、こうしてサイコロを振るという動作で再現できるというのは興味深い。」（電子工学生）

「実験１でN=100exp（-0.182t）という結果になった。原子力分野を勉強している者として何の元素の崩壊曲線を表しているのか気になったので、半減期を計算してみると、半減期T1/2=ln2/0.182=3.81となった。横軸の単位を十万年にすれば、半減期T1/2=38.1[万年]で、崩壊定数λ=0.182[1/十万年]=5.77×10（-14）[1/s]となり、文献によると、プルトニウム242の値とかなり近くなる。」（OB生）

「高校化学で学習する放射性同位体の半減期に関する計算があるが、これを具体的にイメージする方法として今回の実験を用いることができる。身近なものを使った目で見ることのできる実験なので、多くの人が半減期とはこういったものなのかと実感できるし、その実験結果からグラフを作図すると確かに教科書に載っているグラフと同じ形をしていると感じてもらうことができる。今回の実験の流れを例えば、１の目が出たサイコロの半分を取り除く、というものに変更すればより長い周期の半減期を表すこともできるし、１と２の目が出た時に取り除くようにすれば、より短い周期の半減期を表すこともできるので授業の中で使いたい」（物理工学生）



***数楽６-２）【サイコロ振りの実験２-酵母の増殖-】**

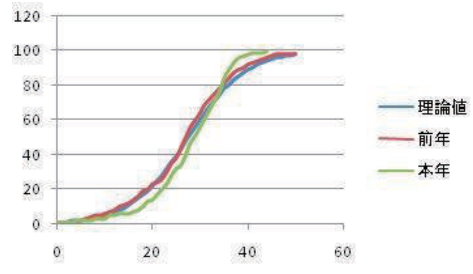
１個のサイコロを振り、１の目が出た数だけサイコロを加えて、また振る。この操作を繰り返してサイコロの変化を調べよ。

回数	個数の変化	漸化式の個数	理論値の個数
0	1	1	1

このサイコロ投げのデータ観察・分析から、実験をせず理論的に個数の変化を求める計算式を立てる。

初期値　g(0)=1　 漸化式　g(n+1)=g(n)+1/6g(n)=7/6g(n)、微分方程式 g(n)=(7/6)n　（参考）

「サイコロシミュレーションの実験だけでなく、データの観察・理解から漸化式を導き微分方程式にいたる展開があったのが良かった。」（電子工学生）



３）成長（退化）と隆盛・飽和から周期、カオス運動へ

***数楽７）【サイコロ振りの実験３-成長曲線-】**

Ｎ個のサイコロを振ったときは、１の目が出た数の（100-N）％のサイコロを加える。初めは１個のサイコロから始め、この操作を繰り返してサイコロの個数の変化を調べよ。

例えば、36個のサイコロを振ったとき、１の目が６個出たとすると、この６個の64％の3.84を四捨

五入した４個のサイコロを加え増やすということである。つまり、36%分の２個は増殖を抑制したことになる。

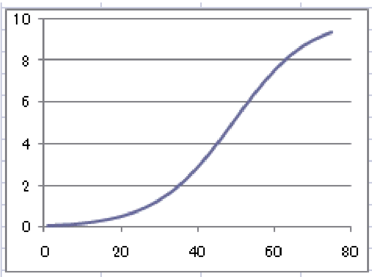
振った回数	真値	近似値	１の目の出た数
0	1	1	

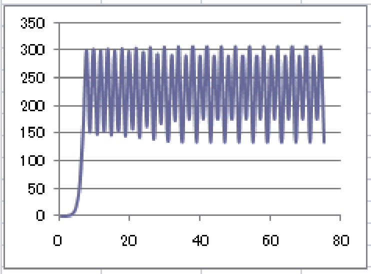
このサイコロ投げのデータから、実験をせず理論的に個数の変化を求める計算式を立てる。

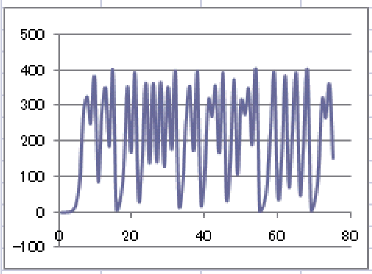
差分（漸化式）　$h(t+1)=(7/6)h(t)\{1-(h(t)/100)\}$

微分方程式　　$h(t)=100e^{t/6}/(e^{t/6}+99)$　（参考）

「講義で行った乱数を用いたグラフの作成は前回のことをさらに発展させ、最大100個にも上るサイコロを使ってシミュレーションして興味深かった。制約に変更を加えサイコロを振るにしたがって放射能の半減期、酵母の増殖曲線、中和滴定曲線が描けたときには感動した。私は化学の実験で滴定曲線を作ろうとしたとき一瞬の気の緩みでPHの値が変わってしまいグラフの変化を追うことができない失敗をした。このようなとき実験でしか求められないグラフに近いものも描かれる乱数は実験に代用することも可能なように感じた。」（物理工学生）







この１−３）では冒頭で柱の１本にした「ランダム現象とカオス現象の相違を教えなければならない時代、それが現代」（竹内　啓　前掲書）に迫る教材の一つにしている。

数楽７）が成長曲線になることを受けたレポート「成長曲線の代表的なもののひとつとして、ロジスティック曲線があります。これは生物の個体数の増加、人口推移を表すときに用いられる曲線です。このロジスティクス曲線はカオス理論の出発点のひとつにもなっています。」（博士課程）。初期条件がランダムで、現象の時間的進展そのものは決定論的法則（微分方程式）にしたがう。あるいは、カオスは、短時間の変化は比較的単純な微分方程式（①または差分方程式②）によって表現できるという点で完全に決定論的であるが、長期変動は初期条件の方程式が微細な変化によって大きく変わるという点で偶然的、と私の解説を引き出す。

数楽７）のサイコロ投げから導入した生物現象の数理は究極的現象には大数の法則は成立しない。このような現象はランダム現象でなくカオス現象として知られ、特に生物・生化学分野では多い現代的対象である。

グラフ（上）は、成長曲線とかＳ字カーブと呼ばれる人口増加法則のベルハルスト・モデル

といわれる微分方程式　$dP/dt = AP-BP^2$　　①

この式①のグラフは　数楽７）の理論値のグラフのようにどこも滑らかな曲線であり、ここではカオス的な複雑な動きをすることはない。

ここで、生物の個体数を変動させる、Ｐはある生物の数、dP/dtが「生物の増える割合」を表す。定数Ａは生物の繁殖の程度（生物の生む卵の数など）に比例する量Ａ=10、Ａ>0であれば生物は増、Ａ<0であれば生物は漸減。増加要因のＡＰが大きくなるにつれ、それを抑制しようとするマイナス要因も増加してくる。定数Ｂは餌不足、環境悪化（魚などでは排泄物も）など外の世界に関係した量を

表し生物の数が減っていくのでＢにマイナスを付け$-BP^2$とする。Ｂの量1,時間刻み幅$\Delta t=0.01$,初期値$P_0=0.1$の漸化式（差分）　$(P_{n+1}-P_n)/\Delta t = AP_n - BP_n^2$　　②

による成長曲線を表す。差分変形$P_{n+1}= P_n(A\Delta t+1) - B\Delta t P_n^2$　　③

この式③は未来の生物の数（P_{n+1}）が現在の数（P_n）で表されていて、最初の生物の数（P_0:初期値）さえわかれば、後の数が決まる。つまり、未来を予測する式である。

離散値であるが、微分方程式の解

　ロジステック曲線　$P=K/(1+me^{-At})$　$m=(K/P_0)-1$:定数　$K=A/B$:極限値

を近似的に表すことができる。

グラフ（中）は、式③において生物の繁殖の程度に比例する量がＡ＝250と増すと大きく上下に振動するがまだ法則性はある。しかし、Ａ＝300のグラフ（下）の法則性は読み取れないカオス現象である。

この成長曲線をめぐって学生たちが調べレポートする、「生物の個体数、新製品の販売数、プログラムのバグ発見数など、当初は少なく、中途で大きくなり、その後また少なくなるような現象は多くあり、それを時間の推移と累積量をグラフにすると成長曲線を描く。」と人工物から生物・生化学現象までその成立するところは多岐に亘る。このすべてがカオス現象になるわけでなく、なるかどうかは事象毎にその都度判断しなければならない。

４）コンピュータ利用にはアナログ思考との継承を重視

Ⅰ－２．において、指導要領解説が次のように位置づけているコンピュータ活用に関する部分の検討を後回しにしてきた。(アンダーラインは筆者)

(引用)

数学的活動は、コンピュータなどを積極的に活用することによって一層充実したものにすることができる。・・・(中略)・・・数学教育でコンピュータなどを積極的に活用することも重要である。これまで、学校数学の問題は解答の便宜のため簡単な数で解答できるように工夫されたものが多かった。しかし、コンピュータなどが活用できるようになった現在では、高等学校数学においてもより現実の世界を反映した問題を扱い､生活との関連を重視した学習が可能となってきている。そのような学習は、数学の学習に対する関心や意欲が高くない生徒に数学を学習する意義を認識させることにもつながると考えられる。

(引用終り)

この解説には賛同しかねる。第一に、後段のアンダーライン部分、教授学原則のうちこれを内容とするものを敢えて挙げれば「理論と実践との結合の原理」である。この原理は学習に対する関心や意欲が高くない生徒を対象にした原理ではない。また、この種の学習が教師大人が高評価するほど生徒から受け入れられるものでもない。さらに、この原理を充実するための史的模索（抽象と具象間を上り下りする思考の学習の構築）をないがしろにしてきた学校教育が、現実とリアルに向き合う学習を疎んじる傾向を生んだのではなかったか？第二に、この原理は、コンピュータ出現以前から模索されてきていたものであって、コンピュータが活用できるようになって可能になったわけではない。ポリアの仕事に「電気もコンピュータも人工衛星もない時代、人類はいかにして問題を解いたか」と探求する[10]仕事がある。教育的にはこの方向にこそ価値がある。タブレットを導入する学校が増えつつあるといわれる。一方、タブレット導入先進国・韓国では効果が疑問視されるにいたっていると報道さ

れている。小型・価格等ハード的な環境整備が整ってタブレットを全生徒に配布できるようになったことと、一斉授業に使うことの是非とは別問題である。教育現場にＩＴの成果である機器やデジタル問題集、そしてデジタル教科書が大手を振って入ってくる21世紀、インターネット草創期のC・ストールの警鐘、

（引用）

コンピュータネットワークは、僕ら個人個人を孤立させ、僕らに実体験を見くびらせ、僕らの読み書き能力を低下させ、僕らの学校や図書館の存在を危うくする[11]

（引用終り）

にいう「さまざまな面で低下を招く」事実が世界的に確認され、報告されていた利便性の反面である危険性の根本的解決は未だになされていないことを等閑視してはならない。

かって、ロボット文化で著名なI.アシモフが、パソコンによる学びをして、従来の定められたカリキュラムに従い、それを義務として遂行し、学ぶ者を受身にせざるをえなかった「教育」を、好奇心の所産であり、創造につながる本来的な意味の「学習」という行為をその利用者に無意識のうちにさせてしまう「新たなる学習の時代」を招来するツールと高く評価した。しかし、アシモフはハード導入の勧めを説いたわけではなく、受け身を強いてきた「体系的で綿密な」教育には、好奇心の所産であり､創造につながる受け身でない「自由闊達さ」を内実とする学びが欠かせない。「体系的で綿密な」教育と「自由闊達な」学びのバランスをつねに考慮しなければ、学ぶ者に味気ない想いをさせることの指摘と捉えるべきなのである。

C・ストールの警鐘は、人間の脳の働きを全般的に退化させ、教育の本源的機能を脅かすデジタル情報社会の「未来の兆し」と捉え、21世紀の遅くない時期、人類史上かってなかった、成長期の児童・青少年の「脳の働きの退化」という未曽有の課題に取り組まねばならなくなるかも知れない。こう解釈したとき、「教え＝学び」に携わる人間はどのように行動すべきなのか？

本講においてコンピュータ利用は、人間の「脳の働きの拡張」こそデジタル情報技術の核心～それに対応する教育の根本的見直しは現代の革命的課題～とデジタルとアナログ間の思考を上り下りする学習環境を構築するよう心がける。その重要なテーマのひとつが、サイコロを初めとした初歩的な乱数生成装置（ランダマイザー）とコンピュータによる擬似乱数の歴史的継続の尊重である。初歩的ランダマイザーには出来てコンピュータを初めとするデジタル技術では出来ない構造的欠陥があること、そしてその逆も然り。逆の好例は、情報処理業界を中心に、いかに作業を簡便かつ効率よく行うかを主眼としたテクニック群であるLifeHackという概念成立の経緯である。今ではBusiness HacksとかDigital Hacksと個別名が付き使われているが、その本旨は「ストレスなく生活・仕事をやり遂げる方法・技術」(The Art of Stress-Free Productivity)。

この本旨を最も具体的に提示することを求められているのは、他ならぬ、子どもたちの多くをして「理科離れ、数学嫌い」にさせた理数系教育が採り入れるべきことである。

Ⅱ．甦る「ナイトの不確実性」

１．乱数生成におけるアナログとデジタルとの補完を重視

現代の科学者や技術者などは、乱数表そしてコンピュータで作る（擬似）乱数を使って広範囲の問題～分子運動をモデル化する、世論調査の標本を抽出する、方程式を解く、コンピュータ・プログラムをテストする～に利用する。そのような乱数はまた、現実に近い映像をつくり出すコンピュータ・

グラフィックでも、きわめて重要な役割を担っている。ところがわずか一世紀前は、研究で乱数が必要になった科学者は実際にコインを投げたり、サイコロを転がしたり、カードを配ったり、壷から数字の書かれたボールをとり出したりして乱数を得ていた。また、人口調査や住所録その他のリストを利用して、必要な乱数を手に入れることもあった。教育の場でランダマイザーは適宜使い分ければ良い、無批判なコンピュータ依存はやめサイコロを初めとする原初的ランダマイザーの有効活用の勧めが一連の実践であった。

***数楽８）サイコロによる乱数データを保存して、多様なシミュレーションに活かす**

数楽５）のつづきで学生に２つのサイコロを100回、合わせ200個の乱数を創らせ保存し適宜使う。例えば、「前に自分が創って保存しておいた乱数が、お客を逃がさない自販機の釣り銭の入れ方にも活かせるとは思いもよらなかった」という。さらに福井県という複雑な面積を求めるためモンテカルロ法を用いた学生はレポートする、「今回特に印象的だったのは６×６の座標系で福井県という複雑な面積を求めるため、モンテカルロ法を用いたことだった。数値解析するに当たって、複雑な面積を重積分するという条件下ではモンテカルロ法が最も有効であっただろう。加えて、教育の観点からも従来の縦×横の原理を用いたシンプソン法や台形法を用いた数値解析よりもサイコロで面積を測定するという手法は、面積を測るのは物差しという子供たちの固定概念を壊し、印象的でもある。しかし、幾つか気になった。まずこの６×６の座標系は粗すぎる。また、面積測定の際、少し福井の面積を有している座標と、すべてが福井の面積で埋まっている座標を等価に扱っては精度が出ないのではないか？」（OB生）と、36×36や48×48の座標系でプログラミングしたり、サイコロ1000個や10000個、はたまた1000000個を振らせるプログラミングしたり挑む学生もでる。当然問題になってくるのは、座標系をどこまで細かくすれば良いか？何回サイコロ振りをすれば信頼に足る値になるか？　と確率論の「推測と検定」への学びに必然的に歩を進めることになる。

ポリアが「電気もコンピュータも人工衛星もない時代」人類はいかにして問題を解いたかと探求したと同様、前世紀の統計・確率研究者たちが決定論の代表である数学や物理学で現われる方程式を解くためにコイン投げやサイコロ投げも行ったデータ作成と観察から、コンピュータによる助けを借りればデータ作成と観察までの作業を驚くほど迅速に、効率よく行うことができることを体験させることも本講カリキュラムの一環である。つづく本講最後の、データが無いか極端に少ない「想定外」事象にサイコロでデータを創り挑むシミュレーションづくりから、コンピュータの助けを借りたデータ作成と観察・分析まで作業を行う中で本稿テーマ「今ない不確実に立ち向かう」数理リテラシー教育に迫る。

２．「正解の無い・未知の世界」における問題解決に向けて

１）ナイトの不確実性とは

いかなる敵にも決して冒されないと信じられてきた超大国アメリカの本土で起きた2001年の同時多発テロ事件（9.11）、どんな災害にも耐えるはずという安全神話が行き渡っていた日本の原発事故などは「想定外＝ありえない」事象として軽視ないし無視されてきた。

この「想定外」事象を事前に想定し、分析対象に対処の必要性を提起した気宇壮大な学者がアメリカに存在した。その人の名は、シカゴ大学の大長老フランク・ナイト（1885〜1972）である。彼は90年も前の世界恐慌がヒタヒタと迫る1921年の著作[12]において

確率によって予測できる「リスク」と、「一つしかない見分け難いデータ」あるいは確率的事象でなく大数の法則が成り立たない「不確実性の存在」

もっと挑発的な表現を採るならば

学者たちには避けることが出来ても、経営者たちには避けられない「不確実性の存在」とそれへの対処を提起した。

倒産の憂き目に遭わないためには利潤追求に不確実な状況があっても決定を下さなければならない。完全競争の下では、この不確実性を排除することはできないと主張し、その不確実性に対処する経営者への報酬として、利潤を基礎付けた。

ところが、この提起は長らく同じシカゴ大学経済学部の後輩たち[13]の隠蔽工作によって、まさに「(経済)学者たちには避けることができ」隠蔽され、政治的意図も加わって陽の目を見なかった[14]。それを甦らせたのは国や学会の隠蔽工作を弾劾する反戦活動家としても著名な経済学者ダニエル・エルスバークの、「リスク」と「不確実性」の区別が重要という具体[15]を示した博士論文（1961）の一部「エルスバーク・パラドックス」であった。

２）モンテカルロ法、再び

データの確率分布があり予測できる「リスク」は計測と制御・管理可能である、しかし「想定外」事象には過去のデータはないか少ない。しかし、「データがないから手の施しようがない。」と匙を投げるようでは教育科学の存在価値はない。「データがなければ創ればいい」のである。

I－３－１）におけるモンテカルロ法は、答えの分かっている、もしくは別の解き方ができる諸問題を乱数を用いて解いた。しかしそれは、乱数を用いても解けることを知ってもらうためのものであって、本来の目的は、本講を受けた学生たちが、将来、技術者になったとき、科学・技術に関わって、正解がわからない、計算が不可能、もしくは前もって収束値を求められないような、確率的あるいは解析（確定）的な問題（場面）に、何らかの意志決定（決断）をしなければならない問題に直面したとき、乱数を用いて解決に役立てることにある。このことは同時に、学生たちが教師になったとき、何らかの場面で自らが未知の世界に遭遇した中高生たちに助言できること、これに加え、OECD/PISAが「不確実性」分野で標榜していた、現在の決定論偏重教育に対置し変動を予期し、快く立ち向かえる子どもを育むことの模索でもある。

３）サイコロ投げで独自データを創る[16]

データがなければ創ればいいのである。

ではどのように創るか？それが課題である。

近年、日本のあるコンビニ経営が欧米の経営学者に注目されているという。

その経営とはアルバイト学生に、発注分担といって担当商品ごとに自分で仮説を立て、発注し、結果を検証する日々の実践が自信を植えつけ、始めて３カ月も経つと経営について一家言を持つようになるといわれていることを指す[17]。

なぜ注目に値するのか？考えてみるとこれは規模は小さくてもナイトいうところの、「不確実性の下でも意思決定しなければならない経営者」体験をバイト学生に日々行わせていることになるからではなかろうか。もしこれが成功しているとすると「リスク体験と損失によるジレンマの体験」の教育機会を日々追体験させられること、さらに、この体験を教育的に組織できれば「変動を予期し快く立

ち向かう学生を育む」カリキュラム作りの縁となる。ちなみに、鈴木敏文は「教育とは答えを教えることではなく、気づきを与えること。」という。

「数理リテラシー」教育としては、これに数的処理技法を加え、条件が整えば、いつでも誰でも追試可能にしたい。幸いモンテカルロ法は「キチンとした方法ではどうにもならなくて万策尽きたときに“縋る藁”」[18]としての方法とも位置づけられている。本講ではこのセブン＆アイ・モデルをつぎのようにシミュレーションできるようにして、独自データ創りを可能にした。

***数楽９）学生各自に仮説を立て、発注し、結果を検証させるシミュレーション**

バイト学生に商品化できたＰＢ（Private Brand）商品の新製品を仕入れさせて店頭販売させることを想定して

ＰＢ商品の仕入れ価格を１部Ｃ円、販売価格ａ円で売り

１日平均m人の客が来店する。そのときの最適仕入量、すなわち仕入数をいくらにするのが一番よいか

という課題設定をしてバイト学生の行動をシミュレートできるようにした。

この問題の難点は、初物ＰＢ商品に一日の客数ｘが決まっているわけでなく、ときには少なかったり多かったりする。すると、売れ残りが発生すると仕入分の損失となり、品切れが発生するとその分の利益を逃がすことになる。

このように客数ｘが確率的にバラツキがある（変動する）もとで、バイト学生が商品化まもないＰＢ商品の期待利益と最適発注部数の仮説のもと発注し、

得る利益を最大にする１日の最適発注数をシミュレートする

このシミュレーション結果を検証する（他の学生のデータと照合するに止まる）。

***数楽10）各自のサイコロデータでもってシミュレートする**

そこで、日々の客数ｘの乱数として、作成し保存してある各自の200個の乱数を用いて生成し､最適な発注数を調べるシミュレーションを行う。ただし、仕入れ数は一度決めてしまうと10日間変更できない契約とし、10個の乱数発生で１回の実験とする（表が一例）。したがって一人当たり20回実験できることになる（表19個は省略）。

１日の利益計算式 P（x,y）は

客数が仕入数より小（x<y）なら x × a − y×C

［利益式=売上額-経費＝客数×販売価格-仕入数×仕入値］

客数が仕入数より大（x>y）なら y（a-C）

［利益式＝仕入数×（販売価格-仕入値）括弧内は１個当たりの利益額で、それに仕入数をかければ利益総額］

	客	４品	５品	６品
1	2	-80	-160	-240
2	1	-200	-280	-360
3	6	160	200	240
4	3	40	-40	-120
5	6	160	200	240
6	6	160	200	240
7	3	40	-40	-120
8	3	40	-40	-120
9	5	160	200	240
10	5	160	200	240
	計	640	440	240

各値を C=80 ， a=120 ， y1=4 ，y2=5 ，y3=6 としたときの一例が右表である。この表を各自20個作成し、そのデータから仮説設定（いまは客数平均４人、仕入数４、５、６と設定）することなる。

本来なら数百、数千のデータによるシミュレーションが必要なのだが、ここでの主な目的が、データのないもとでデータを創り“リスク体験と損失によるジレンマを体験させる教育の機会をどう創るか”の体験である。この体験の中でも様々な考察を行う。

例えば、「私が行なった試行ではサイコロＡＢ共に最初の２回は利益ばかりが出てしまうという偶然が重なって収益が高く、本当にこんなにも利益が出るのだろうかと疑った。回を重ねると落ち着いてきた、何も疑問を持たず最初の10回のデータで計算をすすめていたならば、まんまとこの偶然性に翻弄されていたかもしれない。」、「rand関数を用いて100日分の客数を出して、損益を考えた。乱数の元となるシードは固定してあるので、同じ乱数値になるプログラムを作った。時間によって変わるようにすることもできるが今回は仕入れ数を同じ乱数のときと比較するために固定した。今回は一つのデータだけで考えたがrand関数のシードを変えて、違う乱数を生み出せば、さらに多くのデータを得て比較し検証することができ、様々にシミュレートできるＣ言語プログラミングはおもしろい。」、「1回の実験では、滅多に起こらない超レアな場合が現れることがある。これが言うとのブラック・スワン[19]にあたるのだろうか？」、「本講で知るまで“ブラックスワン＝ありえないこと”と少しずれた理解であった。しかし正しい意味は“あり得ないと思われていた事柄がごくまれに起きうる”というもの。工学部の学生だから計算をして、理論的に破壊現象が起こらなければその装置は安全と手放しで喜んでしまっていたが、実際にはその安全とラベルを貼られたものの中には“ブラックスワン”となりえるものがあるかもしれないので油断はできないと思った。」（ＯＢ生）

年度により多少の違いはあるが､学生たちはつぎつぎに拡張する｢１日あたりの客数の上限がわかっていて、どの客数も等しい確率で現れるならば、その平均の客数だけ仕入れたとき一番収益が大きい（儲かる）。等しい確率ではない場合はどうだろうか。客数の確率分布と損益の関係や、期待値との損益の関係などを調べるともっとおもしろい。まだまだ考える余地はある。不確定をみるために不確定な乱数を使ってシミュレーションしていると考えるとおもしろい。」

六面体サイコロのデータを用いたので 客数上限６人や正規乱数などという限界がある。20面体サイコロや乱数表を使って客数を多くする拡張を行っても良いが、客数を増やすのに一気にコンピュータを用いる学生もいた。また、ポアソン分布に従うと知らされてポアソン乱数表を用いてシミュレートする学生もいた。

「以前に各自が作成し保存したサイコロ・データ（乱数）を今回の授業でも使用して、授業のつながりを感じた。そして数学は1つだけで意味をなすのではなく、様々なところで使用できることに驚いた。」（同趣旨レポート多数）

こうしたデータ創出・分析を経て、「正解の無い・未知の世界の問題解決に向けた」シミュレーションの結論として、将来の状態の情報がナイトの不確実性、もしくは確率的にしか知ることができない下での意思決定では、絶対的な最適解は存在せず、意思決定者の判断基準に適し採用した仮説が、事前の最善な意思決定であるという結論を得る。さらに

（数学的）仮説設定⇔シュミレーション⇔（事実もしくはシミュレータによる）検証

の繰り返しでもって一定の判断基準を得られ、繰り返しが効かない「想定外」の事象（地球温暖化被害、戦争、原発事故、大地震、財政破綻など）には、“机上の空論”と誹られようがシミュレートに基づき仮説設定する以外拠りどころがないことをレポートし合う。

「今ない不確実に立ち向かう」教育のあしたを紡ぐために（おわりにかえて）

「想定外＝ありえない」事象に遭遇するのは何も国・企業レベルだけではなく、個人レベルの事象でもあることを知らせてくれたのが「突然″折れる″若者たち」について取り上げた報道（2014. 8. 3 ＮＨＫ）[20]である。特集は、無業の若者220万人、同世代16人にひとりという。しかもニートでなく

大学在学中または大卒就職後、「（こころが）折れる」と。その“こころ”を語る複数の該当者（匿名）によると、「想定外」の場面に出会し、対処できず「壊れた」という。敷かれたレールの上を過保護に生育され、対処できない失敗の体験不足、「ありえない」状況に直面、対処できず「壊れ」無業に陥る。この責任を本人・親だけに負わせることは、高齢化社会の真っ只中にある日本の将来の担い手不足をもたらす難題[21]を放置すること。日本の未来を考えるならば、教育界のみならず国民が挙って再考しなければならない社会的課題である。

技術者として巣立つ学生にも、教師として巣立つ学生にも不可欠な「変動を予期し、快く立ち向かう」学生にと数理リテラシー教育を通して「今ない不確実に立ち向かう」をテーマとした本講の想いが、期せずして社会問題と合致、改めて、本講テーマによる教育改革を勧める。

第一部の既成の知識を指導要領のように課題学習・数学的活動と絡ませ与えようとするのに対し、多くの学生がレポートしているように、決定論的理科・数学の既成知識として与えるのではなく、日常的事象の一面を切り開き「生まれ出ずる」展開で獲得させてゆくI－３．のような数理リテラシー教材は、“乱数”を用いなくても“今ない不確実に立ち向かう”センスの醸成に十分に資することができると思う。翻って、幼児段階からの乱数利用の可能性を探ると、日本では古来から遊び戯れが人を動かすとされていた。「遊びをせんとや生まれけむ／戯れせんとや生まれけむ／遊ぶ子供の声聞けば／わが身さへこそ動がるれ」（『梁塵秘抄』1180年前後）。例えば、石川県を中心に北陸地方のお正月遊びに源平旗合戦（旗源平[22]ともいう）がある。最もポピュラーな双六遊びなど、幼児期からサイコロ遊びによる“今ない不確実に立ち向かう”センスの醸成ができると考えられる。こう考えると早期から数理リテラシー教育の教材発掘はまだまだ可能と思われる。

最後に、本講の理数系教材と教授学的諸原則の有機的結合を図った私の狙いを的確に把握してくれている一学生が残してくれた最終レポートを引用し、終わる。

「この講義では、サイコロシミュレーションや「人当てマジック」、増減する面積など、様々な活動を通して、数学が私たちにとって身近なものであることを改めて実感することが出来た。今までの義務教育の中では、ある典型問題があって、その解を計算して求めるというやり方の練習は、100マス計算をしたり、夏休みの宿題で多くの問題を解いたりして行ってきた。それがいつしか子供にとって、作業に変わるような、数学の本当の面白さを忘れさせる危険があるような教育方法は早急に改善すべきであると思う。同時に、これから一人の大人として生きていく上で、何かを学ぶときには面白いと感じることが大切であることを肝に銘じておかなければならない。本講において、現実世界に存在する問題を、抽象化してモデル化し、そのモデルの解を現実世界に当てはまる解として解釈するという説明は、とても分かりやすかった。やる意味がよく分かっていない状態で何かを続けることは大抵苦痛であるから、ある活動が面白いと感じることが大切だと思う。ゆえに、現実世界とモデル世界（数理の世界）のつながりを大人自身が面白いと感じ、子供たちに伝えていくべきだと思う。」（物理工学生）

「未来に手をつけられる形を創造し、未来に託す」[23]ことを模索してきた私の数理リテラシー教育構想をこのような学生が受け継いでくれることを期待したい。

注釈

１　「専門に必要な基礎的数理能力」とか「数理を使い問題解決する能力」など定義らしきものがあ

るが、本講では学生の多岐に渉る専攻にも活かせる「科学は観察の拡張であり、技術は製作の拡張であり、数学は理解を拡張したもの」(M.ポラニー) とする趣旨の実現をめざす。

2　教授学的諸原則との結合の成否は学生レポートを提供しご高覧いただくにとどめた。

3　例の３、6の場合なら2,1.5,1.66,1.6,1.63,……図が推移のグラフ。

4　落体運動に注目する物理工学専攻生、反応速度に注目する知能システム専攻生。

5　高等学校学習指導要領解説　理科編／数学編　総則

6　リスクと“ナイトの不確実性”(後述) は明確に区別する立場をとる。

7　新しい状況に変化したにもかかわらず古い枠を尺度にその中に収めようとする傾向のある人に対し､中身が新しくなる時には､外側の容器も新しくしなければならない､とする教訓として使われる。

8　P・ナーイン『ちょっと手ごわい確率パズル』(2000青土社)

確率論的ではない問題を解くために乱数を用いるのが「モンテカルロ法」で確率論の問題に関する確率シミュレーションは「ただの」シミュレーションだと称える人もいるが、「モンテカルロ」問題か否かは乱数を用いるか否かであって、それ以外のことはどうでもいい。

本講義では上記ナーインと同じ立場をとっている。

9　モンテカルロ法の数学的定式化　杉田　洋 (大阪大学大学院理学研究科数学専攻)

http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/~sugita/Public/imath/ipaper/MCM_SS_digest.pdf

10　ポリア『自然科学における数学的方法』(シュプリンガージャパン 2007)

11　C・ストール 「インターネットはからっぽの洞窟」(1997草思社)

12『Risk, Uncertainty and Profit (危険・不確実性および利潤)』

13　リーダー格はマネタリズムの政策を通じ世界に数多の功罪を与えたミルトン・フリードマン。

14　詳しくは竹森俊平『1997年―世界を変えた金融危機』(2007. 朝日新書)

15　深刻な不確実性の下におかれた個人の選択だけからは「主観的確率分布」を推測するのが不可能な場合もありフリードマンの拠り所「不確実性の存在否定」が覆されたことになった。

16　I.エアーズ『その数学が戦略を決める』(第２章 文芸春秋社 2007)

17「なぜ、セブン―イレブンでバイトをすると学生でも３カ月で経営を語り始めるのか？」

セブン＆アイ　鈴木敏文―不況を楽しむ５つの「発想法」「仕事術」【5】PRESIDENT 2009.1.12号 http://president.jp/articles/-/2993

18　伊理・藤野『数値計算の常識』(共立出版 1985)

19　E・スティグリッツ『原発事故と金融危機に共通するギャンブル性』(DIAMOND Online2011.6.11)、井上達彦『ブラックスワンの経営学～通説をくつがえした世界最優秀ケーススタディ～』(2014.7 日経BP社)

20　http://www.huffingtonpost.jp/kei-kudo/jobless_b_5649598.html　特定非営利活動法人育て上げネット理事長 工藤 啓のブログに特集データの注解がある。

21　工藤 啓・西田亮介共著『無業社会−働くことができない若者たちの未来』(2014 朝日新書)

22　http://www.sakane.net/kanazawa/hatagenpei/hatagen.htm

23　アラン・ケイ「未来を予測する最善の方法は、それを発明することだ。そうすれば、未来はわれわれが手を加えるのを待っている」